

$$\begin{cases} S_{(AC)}(A) = A \\ S_{(AC)}(B) = D \end{cases} \bullet S_{(AC)}([AB]) = [AD] \text{ لأن } S_{(AC)}(A) = A$$

$$\bullet S_{(AC)}(I) = J$$

لدينا I منتصف $[AB]$ و $[AB]$ منتصف $S_{(AC)}([AB]) = [AD]$ اذن

$S_{(AC)}(I) = J$ ومنه J أي النقطة $[AD]$ هو منتصف $S_{(AC)}(I)$

$$\bullet S_{(AC)}([OI]) = [OJ]$$

$$\text{لدينا } \begin{cases} S_{(AC)}(O) = O \\ S_{(AC)}(I) = J \end{cases} \text{ اذن } S_{(AC)}([OI]) = [OJ]$$

(4)

$$\bullet t_{\overline{BC}}(A) = D$$

لدينا $ABCD$ معين اذن $\overline{AD} = \overline{BC}$ ومنه $t_{\overline{BC}}(A) = D$

$$\bullet t_{\overline{AB}}(B) = O$$

نعتبر المثلث ABD : لدينا I منتصف $[AB]$ و J منتصف

$$[BD] \text{ اذن } \overline{BD} = 2\overline{IJ} \text{ ونعلم أن } O \text{ منتصف } [BD]$$

$$\text{اذن } \overline{BD} = 2\overline{BO} \text{ ومنه } 2\overline{BO} = 2\overline{IJ} \text{ أي } \overline{BO} = \overline{IJ}$$

$$\text{وبالتالي: } t_{\overline{AB}}(B) = O$$

$$\bullet t_{\overline{AB}}([OB]) = [OD]$$

لدينا $\overline{BO} = \overline{OD}$ و O منتصف $[BD]$ اذن $\overline{BO} = \overline{OD}$

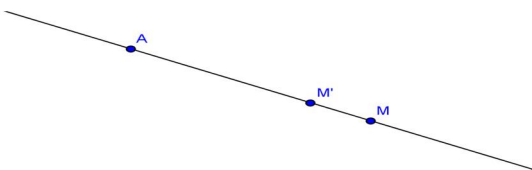
ومنه $\overline{OD} = \overline{IJ}$ أي $t_{\overline{AB}}(O) = D$: ونعلم أن $t_{\overline{AB}}(B) = O$

$$\text{اذن: } t_{\overline{AB}}([OB]) = [OD]$$

تمرين 2: لتكن A و M نقطتين من المستوى, أرسم النقطة

M' صورة النقطة M بالتحاكي h ذا المركز A ونسبته $\frac{3}{4}$

$$\text{الجواب: } h(M) = M' \text{ يعني } \overline{AM'} = \frac{3}{4} \overline{AM}$$



تمرين 1: ليكن $ABCD$ معيناً مركزه O , و I منتصف $[AB]$

و J منتصف $[AD]$

(1) أنشئ الشكل.

(2) حدد $S_O(A)$ و $S_O(B)$ و $S_O(O)$ و $S_O((AB))$

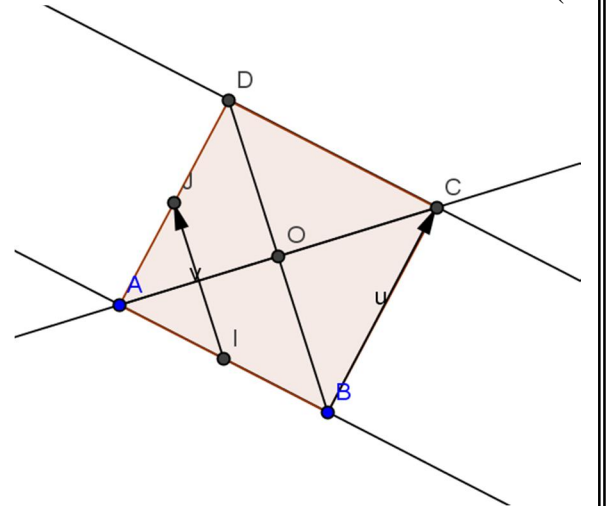
(3) $S_{(AC)}(A)$ و $S_{(AC)}(B)$ و $S_{(AC)}(O)$ و $S_{(AC)}([AB])$

و $S_{(AC)}(I)$ و $S_{(AC)}([OI])$

(4) حدد $t_{\overline{BC}}(A)$ و $t_{\overline{AB}}(B)$ و $t_{\overline{AB}}([OB])$

أجوبة:

(1)



(2)

$$\bullet S_O(A) = C \text{ لأن } OA = OC$$

$$\bullet S_O(B) = D \text{ لأن } OB = OD$$

$$\bullet S_O(O) = O \text{ نقول النقطة } O \text{ صامدة}$$

$$\bullet \text{ بحث عن } S_O((AB)): \text{ صورة المستقيم } (AB)$$

$$\text{لدينا: } \begin{cases} S_O(A) = C \\ S_O(B) = D \end{cases} \text{ اذن } S_O((AB)) = (CD)$$

نلاحظ أن صورة متقيم بواسطة تماثل مركزي هو مستقيم يوازيه (3)

$$\bullet S_{(AC)}(B) = D \text{ لأن } (AC) \text{ واسطاً للقطعة } [BD]$$

$$\bullet S_{(AC)}(A) = A \text{ لأن: كل النقط التي تنتمي الى } (AC) \text{ صامدة}$$

$$\bullet S_{(AC)}(O) = O \text{ لأن } O \in (AC) \text{ وكل النقط التي تنتمي الى}$$

(AC) صامدة

تمرين 3: عبر عن العلاقة المتجهية: $\vec{IC} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$ بتحاك

الجواب: إذا اعتبرنا h التحاكي الذي مركزه I ونسبته $k = -\frac{2}{3}$

أي: $h\left(I, -\frac{2}{3}\right)$ فان $\vec{IC} = -\frac{2}{3}\vec{IB}$ يعني $h(B) = C$

تمرين 4: حدد نسبة و مركز التحاكي h الذي يحول A إلى B في الحالات التالية:

1. $2\vec{IA} + 3\vec{AB} = \vec{0}$ حيث نقطة معلومة

2. $2\vec{\Omega B} = -\vec{BA}$ حيث نقطة معلومة

3. $3\vec{IA} - 5\vec{AB} = \vec{0}$ حيث نقطة معلومة

الأجوبة: $h(I, k)$ يعني $h(A) = B$ يعني $\vec{IB} = k\vec{IA}$

1) $2\vec{IA} + 3\vec{AB} = \vec{0}$

يعني $2\vec{IA} + 3(\vec{AI} + \vec{IB}) = \vec{0}$ يعني $2\vec{IA} + 3\vec{AI} + 3\vec{IB} = \vec{0}$

يعني $2\vec{IA} - 3\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ يعني $-\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$

يعني $\vec{IB} = \frac{1}{3}\vec{IA}$ ومنه $h\left(I, \frac{1}{3}\right)$

2) $2\vec{\Omega B} = -\vec{BA}$

يعني $2\vec{\Omega B} = \vec{AB}$ يعني $2\vec{\Omega B} = \vec{AO} + \vec{OB}$

يعني $2\vec{\Omega B} - \vec{OB} = -\vec{OA}$ يعني $\vec{\Omega B} = -\vec{OA}$

ومنه $h(\Omega, -1)$

3) $3\vec{IA} - 5\vec{AB} = \vec{0}$

يعني $3\vec{IA} - 5(\vec{AI} + \vec{IB}) = \vec{0}$ يعني $3\vec{IA} - 5\vec{AI} - 5\vec{IB} = \vec{0}$

يعني $3\vec{IA} + 5\vec{IA} - 5\vec{IB} = \vec{0}$ يعني $8\vec{IA} = 5\vec{IB}$

يعني $\vec{IB} = \frac{8}{5}\vec{IA}$ ومنه $h\left(I, \frac{8}{5}\right)$

تمرين 5: ليكن h الذي مركزه Ω ونسبته k

ويحول M إلى M' و N إلى N'

بين أن: $\vec{M'N'} = k\vec{MN}$

الجواب:

$h(M) = M'$ يعني $\vec{\Omega M'} = k\vec{\Omega M}$

$h(N) = N'$ يعني $\vec{\Omega N'} = k\vec{\Omega N}$

$\vec{M'N'} = \vec{M'\Omega} + \vec{\Omega N'} = -\vec{\Omega M'} + \vec{\Omega N'}$

$\vec{M'N'} = -k\vec{\Omega M} + k\vec{\Omega N} = k(-\vec{\Omega M} + \vec{\Omega N})$

$\vec{M'N'} = k(\vec{M\Omega} + \vec{\Omega N}) = k\vec{MN}$

تمرين 6: ليكن $t_{\vec{u}}$ الإزاحة ذات المتجهة \vec{u} بحيث تحول M إلى

M' و تحول N إلى N'

بين أن: $\vec{M'N'} = \vec{MN}$

الجواب: $t_{\vec{u}}(M) = M'$ يعني $\vec{MM'} = \vec{u}$

$t_{\vec{u}}(N) = N'$ يعني $\vec{NN'} = \vec{u}$

ومنه: $\vec{MM'} = \vec{NN'}$ إذن: $\vec{MM'N'} = \vec{NN'}$ متوازي الأضلاع

وبالتالي: $\vec{MN'} = \vec{MN}$

يمكن تعميم النتيجة ونحصل عن الخاصية التالية:

تمرين 7: ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و I و J نقطتين

معرفتين ب $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CB}$, $\vec{IJ} = \vec{DC}$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن (BJ) صورة (AI) بالإزاحة t_{AB} . وماذا تستنتج بالنسبة

للمستقيمين (BJ) و (AI) ؟

(3) نعتبر التحاكي h ذا المركز I و الذي يحول B إلى C .

(أ) بين أن $h((AB)) = (CD)$

(ب) أثبت أن نسبة h هي العدد -2.

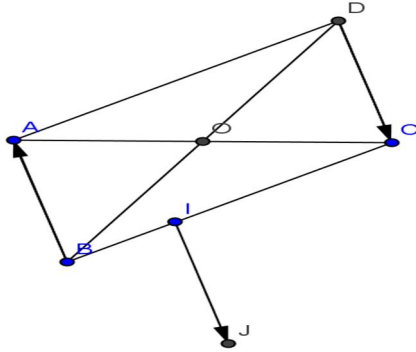
(4) لتكن K نقطة حيث $\vec{KI} = 2\vec{AB}$

(أ) بين أن $h(J) = K$

(ب) أثبت أن $AI = \frac{1}{2}CK$

الأجوبة:

(1)



(2)

نبين أن: $t_{AB}(I) = J$ ؟؟؟؟؟

لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع إذن $\vec{DC} = \vec{AB}$

ولدينا حسب المعطيات: $\vec{IJ} = \vec{DC}$

ومنه $\vec{IJ} = \vec{AB}$ أي: $t_{AB}(I) = J$

ولدينا: $\vec{AB} = \vec{AB}$ إذن $t_{AB}(A) = B$

لدينا إذن: $\begin{cases} t_{AB}(I) = J \\ t_{AB}(A) = B \end{cases}$ وبالتالي: $t_{AB}((AI)) = (BJ)$

❖ الاستنتاج: نعلم أن صورة مستقيم بواسطة إزاحة هو مستقيم

يوازيه إذن $(AI) \parallel (BJ)$

(3) (أ) لدينا حسب المعطيات: $h(B) = C$

ونعلم أن صورة المستقيم (AB) بواسطة تحاك هو مستقيم يوازيه

ويمر من صورة B أي يمر من C

إذن هو المستقيم (CD)

وبالتالي: $h((AB)) = (CD)$

(3) (ب) $h(B) = C$ يعني $\vec{IC} = k\vec{IB}$

تمارين للبحث والتثبيت

تمرين 1: مثلث محاط بدائرة (C) مركزها O و أحد أقطارها [AD]. لتكن I منتصف [BC] و B' و C' صورتها B و C بالتحاكي h(A;2). النقطة H المسقط العمودي ل D على المستقيم (B'C').

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن H منتصف [B'C'].

(3) بين أن h(I) = H ثم استنتج أن A و I و H مستقيمية.

تمرين 2: ليكن ABC مثلثا و G مركز ثقله ليكن h التحويل الذي يحول M إلى M' بحيث:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MM'}$$

بين أن h تحاك محدد مركزه ونسبته .

تمرين 3: ليكن ABC مثلثا و M نقطة من القطعة [AB] و N نقطة داخل المثلث ABC

(1) أنشئ النقطتين M' و N' صورتا النقطتين M و N على التوالي بالتحاكي h(A;3)

(2) بين أن (MN) || (M'N')

تمرين 4: مثلث ABC مثلث و H مركز تعامده. ننشئ خارجه مستطيلا BCDE.

المستقيم المار من D و الموازي للمستقيم (CH) يقطع (AB) في M.

المستقيم المار من E و الموازي للمستقيم (BH) يقطع (AC) في N.

(1) بين أن $t_{EB}((DM)) = (CH)$.

(2) لتكن I نقطة تقاطع (DM) و (EN).

بين أن $t_{EB}(I) = H$ و استنتج أن النقط A و I و H مستقيمية

تمرين 5: ليكن ABCD متوازي الأضلاع و I النقطة المعروفة ب

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$$

وليكن h التحاكي الذي مركزه I ويحول A إلى B

(1) حدد نسبة التحاكي h

(2) لتكن E نقطة تقاطع (AD) و (IC)

(أ) بين أن h(E) = C

(ب) استنتج أن BC = 3AE

(3) نضع h(D) = D' بين أن B و C و D' نقط مستقيمية

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

ونعلم حسب المعطيات أن: $\overrightarrow{3CI} = 2\overrightarrow{CB}$ يعني $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

يعني $\overrightarrow{3CI} = 2(\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IB})$ يعني $\overrightarrow{3CI} = 2\overrightarrow{CI} + 2\overrightarrow{IB}$

يعني $\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{IB}$ يعني $\overrightarrow{3CI} - 2\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{IB}$

يعني $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{IB}$ ومنه $k = -2$

(5) $h(J) = K$ ؟؟؟؟

ونعلم حسب المعطيات أن: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{DC}$ وأن: $\overrightarrow{KI} = 2\overrightarrow{AB}$

اذن: $\overrightarrow{KI} = 2\overrightarrow{IJ}$ يعني $\overrightarrow{IK} = -2\overrightarrow{IJ}$

وهذا يعني أن: $h(J) = K$

(أ) وجدنا اذن: $\begin{cases} h(J) = K \\ h(B) = C \end{cases}$ اذن: $\overrightarrow{CK} = -2\overrightarrow{BJ}$

(حسب الخاصية المميزة للتحاكي)

ومنه بالمرور الى المنظم نجد:

$$\|\overrightarrow{CK}\| = \|-2\|\overrightarrow{BJ}\| \text{ اذن: } \|\overrightarrow{CK}\| = \|\overrightarrow{-2BJ}\|$$

اذن: $CK = 2BJ$

وجدنا $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB}$ اذن: $ABJI$ متوازي الأضلاع اذن

$$BJ = AI$$

اذن: $CK = 2AI$ يعني $AI = \frac{1}{2}CK$

تمرين 8: ليكن ABC مثلثا و I منتصف [BC]

نعتبر النقطتين B' و C' بحيث: $\overrightarrow{AB'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و

$\overrightarrow{AC'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ و ليكن J منتصف [B'C']

وليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته $k = \frac{2}{3}$

بين أن $\overrightarrow{B'C'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

باستعمال التحاكي h بين أن النقط A و J و I نقط مستقيمية

الأجوبة:

(1) $\overrightarrow{AB'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ يعني: $h(B) = B'$

$\overrightarrow{AC'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ يعني: $h(C) = C'$

اذن: $\overrightarrow{B'C'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

(حسب الخاصية المميزة للتحاكي)

(2) لدينا I منتصف [BC] اذن: $h(I) = J$ منتصف [B'C']

وبما أن: J منتصف [B'C'] فان: $h(I) = J$

ومنه: النقط J و A و I نقط مستقيمية

