أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:دراسة الدوال

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: ليكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي : $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$x\to f(x)=3x^2-1$

1. أحسب : $f(1)$ و $f(-1)$ و $f(\sqrt{2})$
2. حدد سوابق العدد 2

الجواب: 1) $f(1)=3\times1^2-1=3-1=2$ و

$f(-1)=3\times(-1)^2-1=3-1=2$

$f(\sqrt{2})=3\times(\sqrt{2})^2-1=6-1=4$

2) $f(x)=3\times x^2-1=2$ يعني $3\times x^2-1=2$ يعني $3\times x^2=3$

يعني $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$ ومنه للعدد سابقين هما $x=1$

أو $x=-1$

تمرين2: حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

1) $f(x)=3x^2-x+1$ 2) $g(x)=\frac{x^3}{2x-4}$

3) $h(x)=\frac{5x+10}{x^2-9}$ 4) $m(x)=\sqrt{2x-4}$

الجواب: 1) $f(x)=3x^2-x+1$ يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $g(x)=\frac{x^3}{2x-4}$ يعني $D_g=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\neq0\}$

$2x-4=0$ يعني $2x=4$ يعني $x=2$ ومنه $D_g=\mathbb{R}-\{2\}$

3) $h(x)=\frac{5x+10}{x^2-9}$ يعني $D_h=\{x\in\mathbb{R}/x^2-9\neq0\}$

$x^2-9=0$ يعني $x^2-3^2=0$ يعني $(x-3)(x+3)=0$

يعني $x+3=0$ أو $x-3=0$ يعني $x=-3$ أو $x=3$

ومنه $D_h=\mathbb{R}-\{-3;3\}$

4) $m(x)=\sqrt{2x-4}$ يعني $D_m=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\geq0\}$

$2x-4\geq0$ يعني $2x\geq4$ يعني $x\geq\frac{4}{2}$ يعني $x\geq2$ ومنه $D_m=[2;+\infty[$

تمرين3: حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية:

1) $f(x)=x^3-3x^2-5x+10$ 2) $f(x)=\frac{x^2+x-1}{4x-12}$

3) $f(x)=\frac{x+10}{4x^2-1}$ 4) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$

5) $f(x)=\frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ 6) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$

7) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$ 8) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x+2}{x-1}}$

الجواب: 1) $f(x)=x^3-3x^2-5x+10$

يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $f(x)=\frac{x^2+x-1}{4x-12}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x-12\neq0\}$

$4x-12=0$ يعني $4x=12$ يعني $x=3$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$

3) $f(x)=\frac{x+10}{4x^2-1}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x^2-1\neq0\}$

$4x^2-1=0$ يعني $(2x)^2-1^2=0$ يعني $(2x-1)(2x+1)=0$

يعني $2x-1=0$ أو $2x+1=0$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$

4) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^3-2x\neq0\}$

$x^3-2x=0$ يعني $x(x^2-2)=0$ يعني $x^2-2=0$ أو $x=0$

يعني $x^2=2$ أو $x=0$ يعني $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$ أو $x=0$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-\sqrt{2};0;\sqrt{2}\}$

5) $f(x)=\frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x^2-5x-3\neq0\}$

$2x^2-5x-3=0$ نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=2$ و $b=-5$ و $c=-3$

$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times(-3)=25+24=49=(7)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-(-5)+\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{7+5}{4}=\frac{12}{4}=3$ و $x_2=\frac{(-5)-\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{5-7}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

ومنه: $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};3\right\}$

6) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/-3x+6\geq0\}$

$-3x+6\geq0$ يعني $-3x\geq-6$ يعني $x\leq\frac{-6}{-3}$ يعني $x\leq2$ ومنه $D_m=]-\infty;2]$

7) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$ $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2-3x+2\geq0\}$

$a=1$ $\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times1=9-8=1>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times2}=\frac{3+1}{4}=1$ و $x_1=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$1/2$		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه: $D_f=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$

8) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x+2}{x+1}}$ $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/\frac{-3x+2}{x+1}\geq0 \text{ و } x+1\neq0\right\}$

$-3x+2=0$ يعني $x=\frac{2}{3}$ يعني $x=3$ يعني $x+1=0$ يعني $x=-1$

نحدد أولا جدول الاشارة:

x	$-\infty$		-1		$1/3$		$+\infty$
$-3x+2$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$x+1$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$-3x+2/x+1$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$D_f = \left]-1,\frac{2}{3}\right]$

<u>تمرين4:</u> لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي $f(x)=\sqrt{x^2}$ و $g(x)=|x|$

بين أن $f=g$.

<u>الجواب:</u> لدينا: $D_f=\mathbb{R}$, لأن $x^2\geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$, و $D_g=\mathbb{R}$ و منه فان $D_f=D_g$.

و بما أن $\sqrt{x^2}=|x|$ لكل x من $\mathbb{R}$ فان $f(x)=g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

إذن $f=g$.

<u>تمرين5:</u> نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$f(x)=\frac{2x}{x+2}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و ليكن A و B نقط أفاصليها هي 1- و 2 على التوالي

1) حدد أراتيب A و B علما أنهما ينتميان إلى (C_f).

2) لتكن $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)$, $F(-3;5)$, $G(1;0)$ نقط من المستوى. هل النقط E , F و G تنتمي للمنحنى (C_f)؟

<u>الجواب:1</u>) $A\in(C_f)$ يعني $A(-1;f(-1))$

$f(-1)=\frac{2\times(-1)}{-1+2}=-2$ ومنه : $A(-1;-2)$

$B\in(C_f)$ يعني $B(2;f(2))$ $f(2)=\frac{2\times(2)}{2+2}=1$ ومنه : $B(2;1)$

2) $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)$? لدينا $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2\times\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)+2}=\frac{1}{\frac{5}{2}}=\frac{2}{5}$ ومنه: $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)\in(C_f)$

$F(-3;5)$ لدينا $f(-3)=\frac{2\times(-3)}{(-3)+2}=6\neq 5$ ومنه: $F(-3;5)\notin(C_f)$

$G(1;0)$? لدينا $f(1)=\frac{2\times(1)}{(1)+2}=\frac{2}{3}\neq 1$ ومنه: $G(1;0)\notin(C_f)$

<u>تمرين6:</u> نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$f(x)=\frac{1}{2}x^2$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة زوجية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

<u>أجوبة :</u> 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

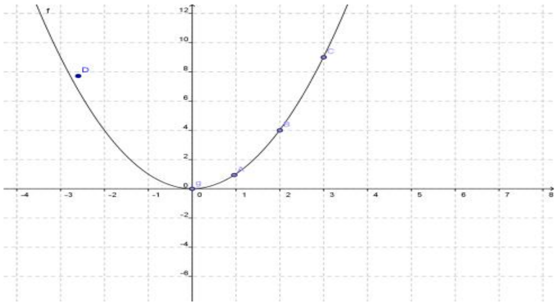
2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{1}{2}(-x)^2=\frac{1}{2}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

3)

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$



4) محور الأراتيب محور تماثل المنحنى C_f.

<u>تمرين7:</u> نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي: $f(x)=\frac{2}{x}$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة فردية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

<u>أجوبة :</u> 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\neq 0\}$

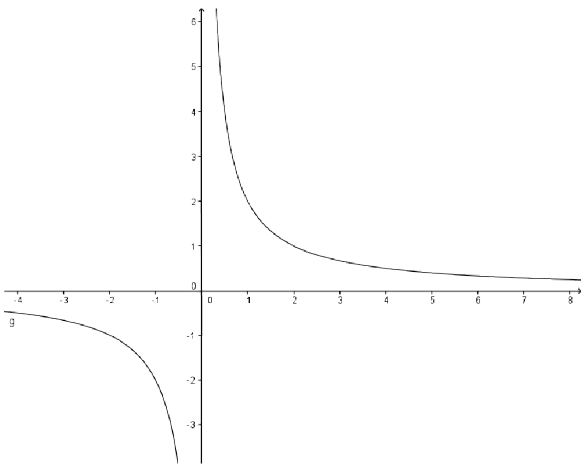
ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x)=\frac{2}{(-x)}=-\frac{2}{x}=-f(x)$

ومنه f دالة فردية (3

x	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$



4) نقطة 0 مركز تماثل المنحنى C_f.

<u>تمرين8:</u> أدرس رتابة الدوال المعرفة كالتالي :

1) $f(x)=4x-3$ 2) $f(x)=-3x+2$

<u>أجوبة :</u> 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $4x_1<4x_2$ اذن : $4x_1-3<4x_2-3$ اذن : $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $\mathbb{R}$

2) $f(x)=-3x+2$

$D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن : $-3x_1 > -3x_2$ اذن : $4x_1+2 > 4x_2+2$ اذن : $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $\mathbb{R}$

تمرين 9: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{2}{x+1}$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]-1;+\infty[$ و $]-\infty;-1[$.

3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

أجوبة : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+1\neq 0\}$

$x+1=0$ يعني $x=-1$ ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$

2) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]-1;+\infty[$ و $x_2\in]-1;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن $x_1+1<x_2+1$ ومنه $\frac{1}{x_1+1}>\frac{1}{x_2+1}$ ومنه $\frac{2}{x_1+1}>\frac{2}{x_2+1}$

أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-1;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;-1[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;-1[$ و $x_2\in]-\infty;-1[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن $x_1+1<x_2+1$ ومنه $\frac{1}{x_1+1}>\frac{1}{x_2+1}$ ومنه $\frac{2}{x_1+1}>\frac{2}{x_2+1}$

أي $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty;-1[$

3) جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\|$	$\searrow$

تمرين10: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{3}{2}x^2$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
6. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م م $(o;\vec{i};\vec{j})$.

أجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{3}{2}(-x)^2=\frac{3}{2}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2<\frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن : $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2>\frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty;0]$

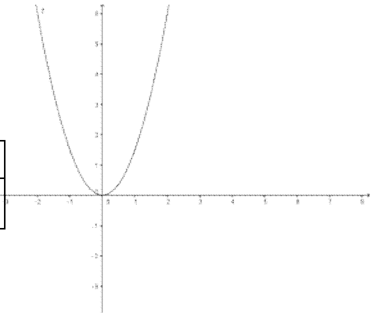
4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

5) الدالة f تقبل قيمة دنيا عند : $x=0$

6) رسم التمثيل المبياني للدالة f

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$



تمرين 11: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-\frac{1}{4}x^2$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) أدرس زوجية الدالة f

3) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$

وحدد جدول تغيرات الدالة f .

4) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

أجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=-\frac{1}{4}(-x)^2=-\frac{1}{4}x^2=f(x)$ ومنه f دالة زوجية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2>-\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

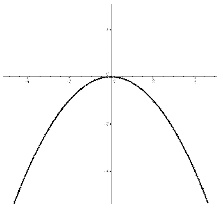
ومنه الدالة f تناقصية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن : $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2<-\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty;0]$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\searrow$

4) الدالة f تقبل قيمة قصوى عند $x=0$

5) التمثيل المبياني للدالة f هو شلجم رأسه النقطة O

تمرين 12: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

1) $f(x)=-3x^2$ 2) $f(x)=5x^2$ 3) $f(x)=\frac{7}{2}x^2$

أجوبة : 1) $f(x)=-3x^2$ $a=-3<0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	0	↘

2) $f(x)=5x^2$ $a=5>0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

3) $f(x)=\frac{7}{2}x^2$ $a=\frac{7}{2}>0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

تمرين 13: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{-2}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
6. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

أجوبة : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R} / x\neq 0\}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x)=\frac{-2}{(-x)}=-\frac{-2}{x}=-f(x)$ ومنه f دالة فردية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]0;+\infty[$ و $x_2\in]0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $\frac{1}{x_1}>\frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1}<\frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;0[$ و $x_2\in]-\infty;0[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $\frac{1}{x_1}>\frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1}<\frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty;0[$

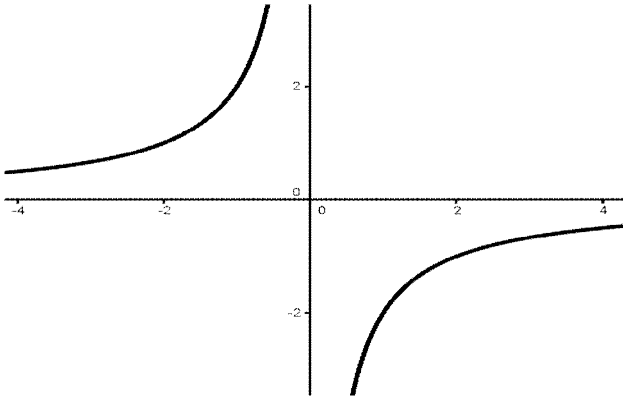
(4

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

5) الدالة f تقبل لاتقبل لا قيمة قصوى و لا قيمة دنيا

6) التمثيل المبياني للدالة f هو هذلول مركزه النقطة O

x	0	1	2	4
$f(x)$		-2	-1	1 /2-



تمرين 14: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

1) $f(x)=\frac{-4}{x}$ 2) $f(x)=\frac{3}{x}$

أجوبة : 1) $f(x)=\frac{-4}{x}$ $a=-4<0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

2) $f(x)=\frac{3}{x}$ $a=3>0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

تمرين 15: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-2x^2+4x-1$.

1) حدد D_f

2) بين أن: $f(x)=-2(x-1)^2+1$

3) (يسمى الشكل القانوني $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل.

و مع محور الأراتيب.

6) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

أجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $f(x)=-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1=-2(x^2-2\times x\times 1+1^2-1^2)-1$

$f(x)=-2((x-1)^2-1)-1=-2(x-1)^2+2-1=-2(x-1)^2+1$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=-1;\beta=1;a=-2$

4) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a\prec 0$ اذن :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	↗	1	↘

5) أ) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-2(x-1)^2+1=0$

يعني $-2(x-1)^2=-1$ يعني $(x-1)^2=\frac{1}{2}$

يعني $x-1=\sqrt{\frac{1}{2}}$ أو $x-1=-\sqrt{\frac{1}{2}}$

يعني $x=\frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ أو $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{-\sqrt{2}+2}{2}$

ومنه نقط التقاطع هما: $A\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2};0\right)$ أو $B\left(\frac{-\sqrt{2}+2}{2};0\right)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

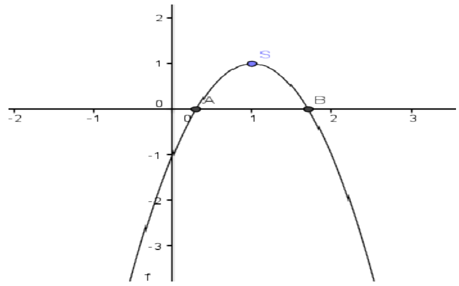
نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=-2\times0^2+4\times0-1=-1$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-1)$

6)رسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
-17	-7	-1	1	-1	-7	-17



<u>تمرين 16:</u> لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2+4x+3$.

1) بين أن: $f(x)=(x+2)^2-1$ (يسمى الشكل القانوني $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

2) حدد جدول تغيرات الدالة f .

3) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم

4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D)

الذي معادلته $(D): y=3$ في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

5) حدد نقط تقاطع (C_f) و(D)

6)حل مبيانيا في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2+4x\ge0$.

<u>أجوبة :</u> 1) $f(x)=x^2+4x+3$

$D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$f(x)=x^2+4x+3=x^2+2\times x\times2+2^2-2^2+3$

$f(x)=(x+2)^2-4+3=(x+2)^2-1$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني:

$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=2;\beta=-1;a=1$

2) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a=1>0$ اذن :

x	$-\infty$ -2 $+\infty$
$f(x)$	$\searrow$ -1 $\nearrow$

3)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $(x+2)^2-1=0$

يعني $(x+2)^2=1$ يعني يعني $x+2=1$ أو $x+2=-1$

يعني $x=-1$ أو $x=-3$

ومنه نقط التقاطع هما: $B(-1;0)$ و $A(-3;0)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

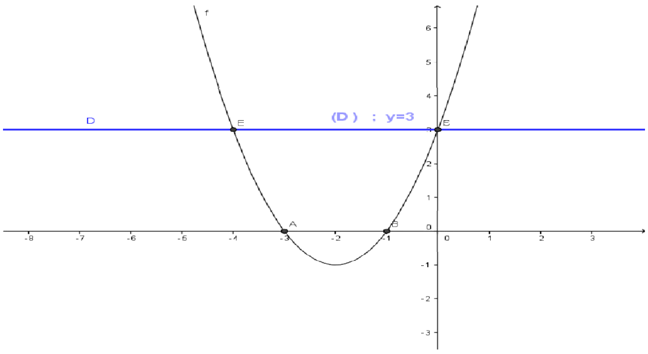
نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=3$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

4)رسم: C_f

-5	-4	-3	-2	-1	0	1
8	3	0	-1	0	3	8



5)حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

نحل للمعادلة $f(x)=3$ يعني $f(x)=y$

$f(x)=3$ يعني $(x+2)^2-1=3$

يعني $(x+2)^2=4$ يعني $x+2=2$ أو $x+2=-2$

يعني $x=0$ أو $x=-4$ ومنه نقط التقاطع هما: $C(0;3)$ و$E(-4;3)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

6)الحل المبياني للمتراجحة: $x^2+4x\ge0$

$x^2+4x\ge0$ تعني $x^2+4x+3\ge3$: تعني $f(x)\ge3$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم (D) أي $S=]-\infty,-4]\cup[0,+\infty[$

<u>تمرين 17:</u> نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1) حدد D_f

2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد مقاربات منحنى الدالة f

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة

6) أرسم المستقيم الذي معادلته : الذي معادلته : $y=5$

7) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=5$

8) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x)\ge5$

<u>أجوبة :</u> $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-1\neq0\}$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2)<u>انجاز القسمة الاقليدية:</u>

$$\begin{array}{r|l} 2x+1 & x-1 \\ \cline{2-2} -2x+2 & 2 \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$f(x)=\frac{2x+1}{x-1}=\frac{2(x-1)+3}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x-1}+\frac{3}{x-1}=2+\frac{3}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$

نجد : $\alpha=-1;\beta=2;k=3$

3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $k=3>0$ اذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$

منحنى f هو هذلولا مركزه $A(1;2)$ و مقارباه $x=1$ و $y=2$

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{2x+1}{x-1}=0$ يعني $2x+1=0$

يعني $2x=-1$ يعني $x=\frac{-1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$

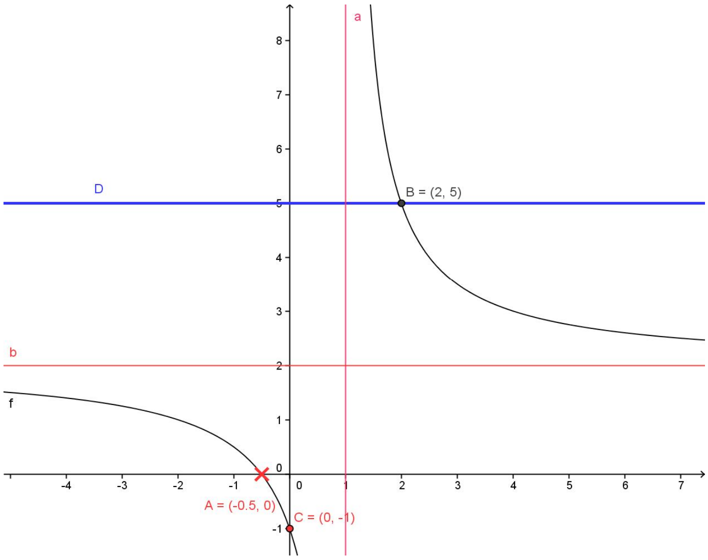
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ $\quad f(0)=-1$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-1)$

5)و6)ورسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}$	-1		5	$\frac{7}{2}$	3



7)أ)الحل المبياني للمعادلة $f(x)=5$: هوأفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم (D) أي أفصول النقطة $B(2;0)$

ومنه مجموعة الحلول : $S=\{2\}$

ب)الحل الجبري للمعادلة $f(x)=5$:

$f(x)=5$ يعني $\frac{2x+1}{x-1}=5$ يعني $2x+1=5(x-1)$

يعني $2x+1=5x-5$ يعني $-3x=-6$ يعني $x=2$

ومنه مجموعة الحلول : $S=\{2\}$

8)الحل المبياني للمتراجحة: $f(x)\geq 5$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]1,2]$

تمرين 18: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}$

1) حدد D_f

2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد مقاربات منحنى الدالة f

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة

6) أرسم المستقيم الذي معادلته : المستقيم (D) الذي معادلته: $y=2$

7) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم (D)

8) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x)\geq 2$

أجوبة : $f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}$

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x-2\neq 0\}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2)**انجاز القسمة الاقليدية:**

$$\begin{array}{r|l} 3x-1 & 2x-2 \\ \hline -3x+3 & \frac{3}{2} \\ 2 & \end{array}$$

$$f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}=\frac{\frac{3}{2}(2x-2)+2}{2x-2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$

نجد : $\alpha=-1;\beta=\frac{3}{2};k=1$

3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $k=1>0$ اذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$

منحنى f هو هذلولا مركزه $S\left(1;\frac{3}{2}\right)$ و مقارباه $x=1$ و $y=\frac{3}{2}$

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{3x-1}{2x-2}=0$ يعني $3x-1=0$

يعني $3x=1$ يعني $x=\frac{1}{3}$

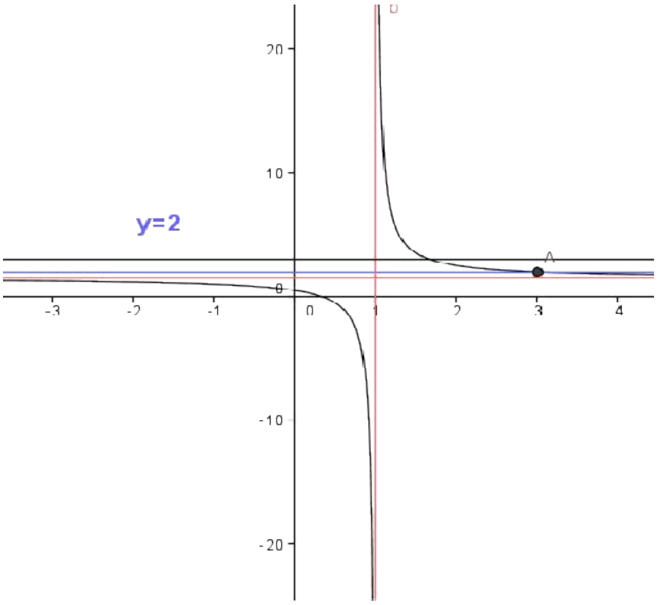
ومنه نقطة التقاطع هي: $A\left(\frac{1}{3};0\right)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

$f(0)=\frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $B\left(0;\frac{1}{2}\right)$

5) و 6)

-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{7}{6}$	1	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$	2	$\frac{11}{6}$



7)نحل للمعادلة : $f(x)=2$:

$f(x)=2$ يعني $\frac{3x-1}{2x-2}=2$ يعني $3x-1=2(2x-2)$

يعني $3x-1=4x-4$ يعني $x=3$

ومنه نقطة التقاطع هي : $C(3;2)$

8)الحل المبياني للمتراجحة: $f(x)\geq 2$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]1,3]$

تمرين 19: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2+2x+3$.

1) أحسب $f(-1)$ و تأكد أن : $f(x)=(x+1)^2+2$

2) تأكد أن : $f(x)\geq f(-1)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$ وماذا تستنتج؟

أجوبة : 1) $f(-1)=(-1)^2+2\times(-1)+3=1-2+3=2$

2) $f(x)-f(-1)=(x+1)^2+2-2=(x+1)^2\geq 0$

ومنه : $f(x)\geq f(-1)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

أستنتج أن: $f(-1)$ هي قيمة دنيا للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 20: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-x^2+2x+3$.

1)حدد D_f وبين أن : $f(x)=-(x-1)^2+4$.

2)حدد جدول تغيرات الدالة f .

3)حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

ومع محور لأراتيب.

4)أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .

5)حدد مطاريف الدالة إن وجدت.

6)ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة

$-x^2+2x+3-m=0$:

أجوبة :

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$f(x)=-x^2+2x+3=-(x^2-2x)+4=-(x^2-2\times x\times 1+1^2-1^2)+4$

$f(x)=-(x-1)^2+4$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني:

$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=-1;\beta=4;a=-1$

2)حدد جدول تغيرات الدالة f

لدينا : $a\prec 0$ اذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↗	4	↘

3)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-x^2+2x+3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=-1$ و $b=2$ و $c=3$

$\Delta=b^2-4ac=(2)^2-4\times3\times(-1)=16=(4)^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-(2)+\sqrt{16}}{-2}=-1$ و $x_2=\frac{-2-\sqrt{16}}{-2}=3$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-1;0)$ أو $B(3;0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$

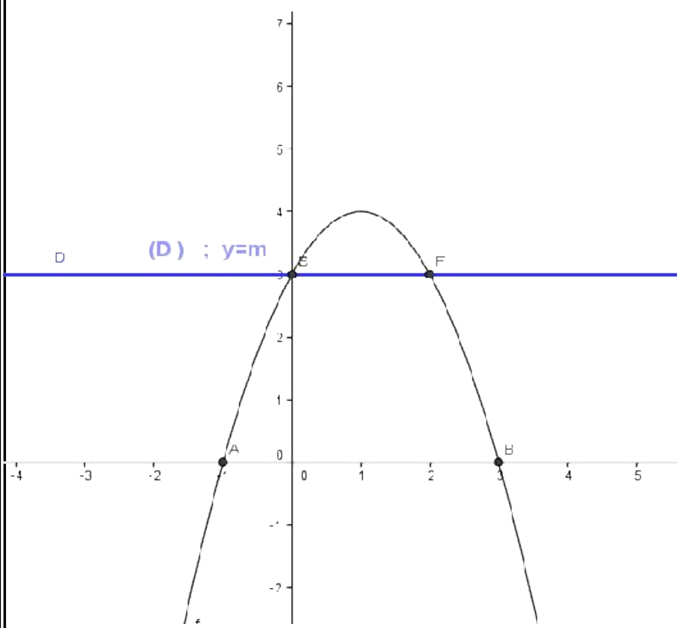
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=-0^2+2\times0+3=3$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

4)رسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
-5	0	3	4	3	0	-5



5) $f(x)=-(x-1)^2+4$

لدينا $-(x-1)^2\leq 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

ومنه $4-(x-1)^2\leq 4$ أي $f(x)\leq 4$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي إن 4 هي قيمة قصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات

6)المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m ل عدد حلول المعادلة

$-x^2+2x+3-m=0$:

$-x^2+2x+3-m=0$ تكافئ $-x^2+2x+3=m$ أي $f(x)=m$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته : $y=m$

اذا كانت $m>4$: التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا يوجد حل لهذه المعادلة أي $S=\varnothing$

اذا كانت $m=4$: التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة وحيدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S=\{x_1\}$

اذا كانت $m<4$: التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S=\{x_1,x_2\}$

تمرين 21: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{1}{4}x^2$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2) أدرس زوجية الدالة f 3) حدد جدول تغيرات الدالة f

4) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

6) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=1$

7) أرسم المستقيم الذي معادلته : $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$

8) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+2$

9) حل مبيانيا ثم جبريا المتراجحة: $\frac{1}{4}x^2-2\ge\frac{1}{2}x$

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{1}{4}(-x)^2=\frac{1}{4}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

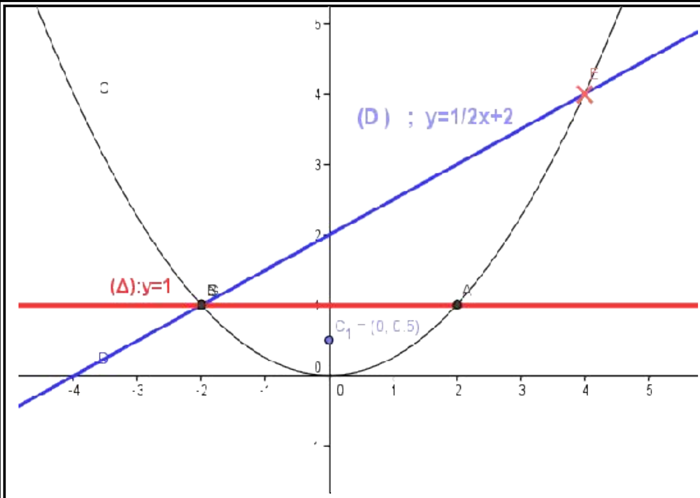
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

4) الدالة f تقبل قيمة دنيا عند: $x=0$

5) رسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

x	0	1
y	2	$\frac{5}{2}$

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$



6) أ) الحل المبياني للمعادلة: $f(x)=1$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم $(\Delta): y=1$

وبما أن نقط التقاطع هما $A(2,1)$ و $B(-2,1)$

فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;2\}$

ب) الحل الجبري للمعادلة: $f(x)=1$

$\frac{1}{4}x^2=1$ يعني $x^2=4$ يعني $x=\sqrt{4}$ أو $x=-\sqrt{4}$ يعني $x=2$ أو $x=-2$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;2\}$

7) رسم المستقيم الذي معادلته : $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$

8) أ) الحل المبياني للمعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+2$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$

وبما أن نقط التقاطع هما $E(4,4)$ و $B(-2,1)$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;4\}$

أ) الحل الجبري للمعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+2$

$\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x+2$ يعني $x^2=2x+8$ يعني $x^2-2x-8=0$

يعني $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-8)=36=(6)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=4$ و $x_2=-2$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;4\}$

9) أ) الحل المبياني للمتراجحة $\frac{1}{4}x^2-2\ge\frac{1}{2}x$

$\frac{1}{4}x^2\ge\frac{1}{2}x+2$ يعني $f(x)\ge\frac{1}{2}x+2$

ومنه مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$ أي $S=]-\infty,-2]\cup[4,+\infty[$

ب) الحل الجبري للمتراجحة $\frac{1}{4}x^2-2\ge\frac{1}{2}x$

$x^2-2\ge \frac{1}{2}x$ يعني $x^2\ge 2x+8$ يعني $x^2-2x-8\ge 0$

$x_1=4$ و $x_2=-2$

جدول الاشارة:

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
x^2-2x-8		$+$	0	$-$	0	$+$	

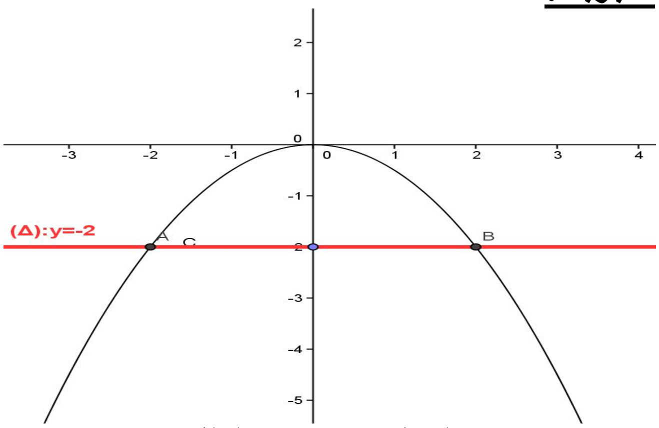
أي $S=]-\infty,-2]\cup[4,+\infty[$

تمرين 22: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$.

1) مثل الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

2) حل مبيانيا المتراجحة $f(x)>-2$

الأجوبة :



2)مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (Δ) : $y=-2$ أي $S=]-2,2[$

تمرين 23: لتكن f الدالة المعرفة ب: $f(x)=\frac{2}{x}$

والمستقيم الذي معادلته : (D) : $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) أدرس زوجية الدالة f

3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f والمستقيم (D) في معلم

5) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

6) حل مبيانيا المتراجحة : $\frac{2}{x}\ge\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

أجوبة :1) $D_f=\{x\in\mathbb{R} / x\neq 0\}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

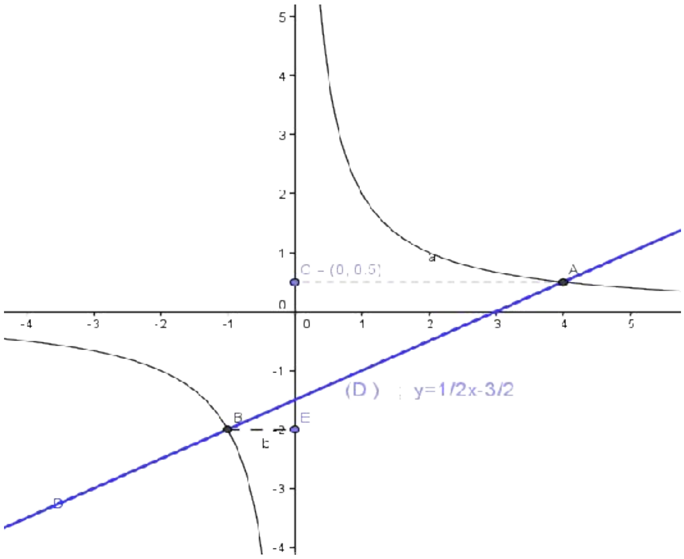
ب) $f(-x)=\frac{2}{(-x)}=-\frac{2}{x}=-f(x)$

ومنه f الدالة فردية

3)جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$

4) منحنى الدالة f .



5)ا)الحل المبياني للمعادلة : $\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

$\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ يعني $f(x)=y$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم (D)

وبما أن نقط التقاطع هما $A\left(4,\frac{1}{2}\right)$ و $A(-1,-2)$

فان مجموعة الحلول : $S=\{-1;4\}$

ا)الحل الجبري للمعادلة : $\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ $\quad x\neq 0$

$\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ يعني $2x\times\frac{2}{x}=2x\times\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)$

(بضرب طرفي المعادلة في 2x)

يعني $4=x^2-3x$ يعني $x^2-3x-4=0$

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(-4)=25=(5)^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=4$ و $x_2=-1$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-1;4\}$

6) حل مبيانيا المتراجحة : $\frac{2}{x}\ge\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]-\infty,-1]\cup[0,4]$

تمرين 24: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=-x^2+4x+5$

1) حدد D_f $\quad$ 2) تحقق أن : $f(x)=-(x-2)^2+9$

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

6)حدد القيم الدنيا والقصوى ان وجدت

7) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $x^2-4x-5+m=0$

أجوبة :1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $f(x)=-x^2+4x+5=-(x^2-4x)+5=-(x^2-2\times x\times2+2^2-2^2)+5$

$f(x)=-(x-2)^2+4+5=-(x-2)^2+9$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=-2;\beta=9;a=-1$

3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a \prec 0$ اذن :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↘	9	↗

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-x^2+4x+5=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=-1$ و $b=4$ و $c=5$

$$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times5\times(-1)=36=(6)^2>0$$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ **و** $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-4+\sqrt{36}}{-2}=-1$ **و** $x_2=\frac{-4-\sqrt{36}}{-2}=5$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-1;0)$ أو $B(5;0)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$

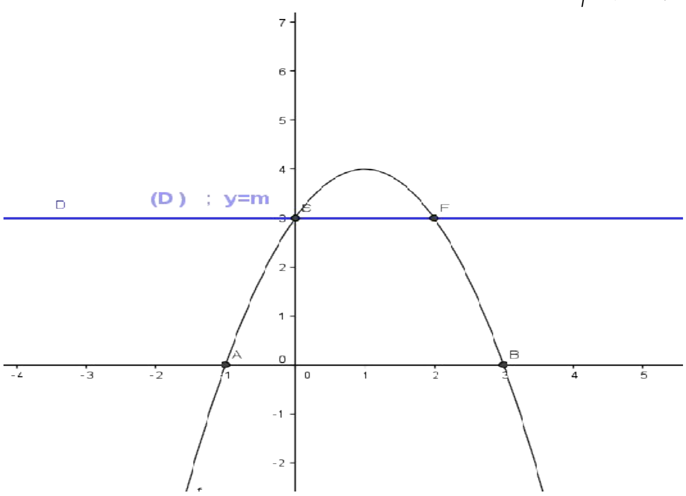
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ $f(0)=-0^2+2\times0+3=3$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

-2	**-1**	**0**	**1**	**2**	3	4
-5	0	3	4	9	0	-5

5)رسم: C_f



6) $f(x)==-(x-1)^2+4$

لدينا $-(x-1)^2\le0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

ومنه $4-(x-1)^2\le4$ أي $f(x)\le4$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي إن 4 هي قيمة قصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

<u>يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات</u>

7)المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m ل عدد حلول المعادلة

: $-x^2+2x+3-m=0$

$-x^2+2x+3-m=0$ تكافئ $-x^2+2x+3=m$ أي $f(x)=m$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم

(D)الذي معادلته : $y=m$

<u>اذا كانت</u>: $m>4$ التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا يوجد حل لهذه المعادلة أي $S=\varnothing$

<u>اذا كانت</u>: $m=4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة وحيدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S=\{x_1\}$

<u>اذا كانت</u>: $m<4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S=\{x_1,x_2\}$

<u>تمرين 25</u>: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=ax^2+bx+1$

1) حدد a و b علما أن (C_f) التمثيل المبياني للدالة f يمر من النقطتين $A(1,5)$ و $B(-1,1)$

2) تحقق أن : $f(x)=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$ وحدد جدول تغيرات f

3) أرسم (C_f)

4) نعتبر المستقيم الذي معادلته $y=6x-1$ (D)

أ) أرسم (D)

ب) بين أن التمثيل المبياني للدالة f يوجد فوق المستقيم (D)

$f(x)=ax^2+bx+1$

<u>الأجوبة :</u> 1)

$A(1,5)\in(C_f)$ يعني: $f(1)=5$ يعني: $a\times(1)^2+b\times1+1=5$

$B(-1,1)\in(C_f)$ يعني: $f(-1)=1$ يعني: $a\times(-1)^2+b\times(-1)+1=1$

اذن نحل النظمة التالية: $\begin{cases}a+b+1=5\\a-b+1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=4\\a-b=0\end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف لطرف فنجد: $2a=4 \Leftrightarrow a=2$

ولدينا $a-b=0 \Leftrightarrow a=b$ ومنه $a=b=2$

2)حسب السؤال السابق: $f(x)=2x^2+2x+1$

نتحقق أن : $f(x)=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

$$2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}=2\left(x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)+\frac{1}{2}$$

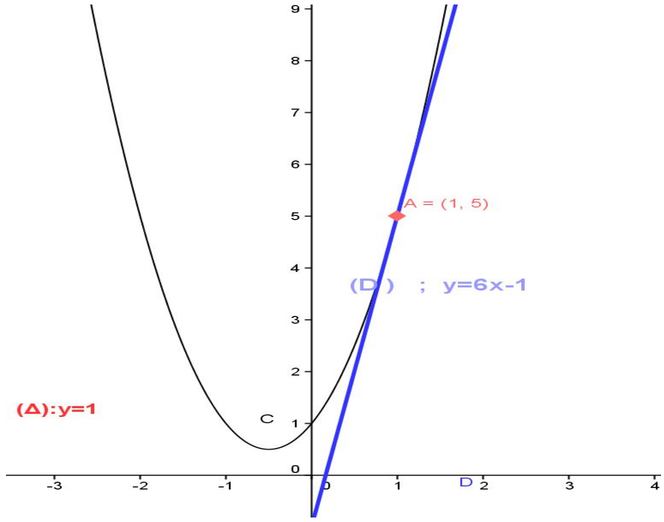
$$=2\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}$$

$$=2x^2+2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2x^2+2x+1=f(x)$$

ومنه جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f(x)$	↘	$-1/2$	↗

3) و4)أ)



4)ب) يجب أن نبين أن $f(x)-y\geq 0$?????

$f(x)-y=2x^2+2x+1-6x+1=2x^2-4x+2=2\left(x^2-2x+1\right)$

$=2\left(x^2-2\times x\times 1+1^2\right)=2\left(x-1\right)^2\geq 0$ لأن المربع دائما موجب

ومنه $f(x)\geq y$ وبالتالي (C_f) يوجد فوق المستقيم (D)

تمارين للبحث والتثبيت

تمرين 1: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) بين أن: $f(x)=2-\dfrac{1}{x+2}$ مهما تكن x من D_f .

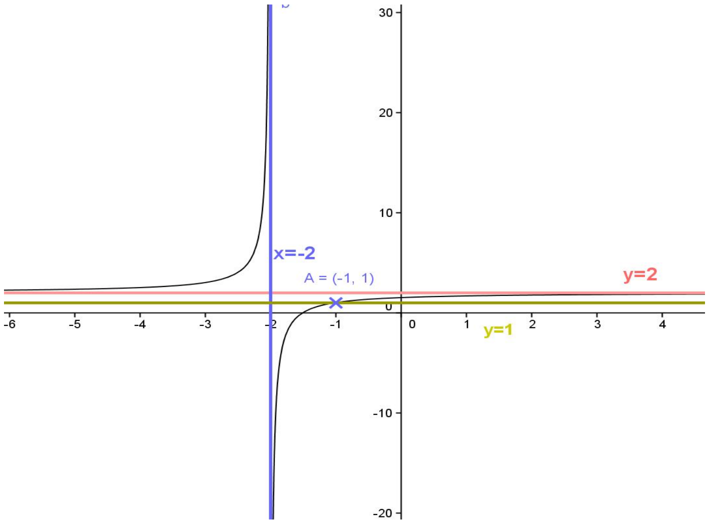
3) حدد جدول تغيرات الدالة f وحدد مقاربات منحنى الدالة f .

4) حدد نقط تقاطع (C_f) لمنحنى للدالة f مع محور الأفاصيل.

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب.

6) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .

7) حل جبريا ثم مبيانيا المعادلة $f(x)=1$



تمرين 2: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي :

$f(x)=2x^2-4x+5$

1) حدد D_f

2) تحقق أن : $f(x)=2(x-1)^2+3$

(يسمى الشكل القانوني $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

3) حدد جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

تمرين 3: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=x^2-x+\dfrac{5}{4}$

و الدالة g المعرفة كالتالي : $g(x)=\dfrac{-1}{x}$

1) حدد الشكل القانوني ل $f(x)$ و حدد جدول تغيرات الدالة f و أرسم (C_f) التمثيل المبياني للدالة f

2) تحقق أن $f\left(\dfrac{-1}{2}\right)=g\left(\dfrac{-1}{2}\right)$ و أرسم (C_g) التمثيل المبياني للدالة f في نفس المعلم

3) حدد مبيانيا مجموعة حلول المتراجحة

تمرين 4: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2+2x$

1) حدد D_f

2) حدد الشكل القانوني ل : $f(x)$

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

تمرين 5: لتكن f دالة معرفة على المجال $[-2;6]$ و الجدول التالي يمثل جدول تغيراتها على المجال $[-2;6]$.

x	-2		0		4		6
$f(x)$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	4

حدد قيمة قصوى و قيمة دنيا للدالة f على المجال $[-2;6]$.

تمرين 6: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\dfrac{-3}{x+2}$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين:

$]-2;+\infty[$ و $]-\infty;-2[$.

3. حدد جدول تغيرات الدالة f .